

7 класс, 4 день

1. На доске написано двадцать ненулевых чисел. Известно, что для любых двух чисел $a < b$, написанных на доске, на этой же доске найдется число x , для которого $a < -x < b$. Сколько положительных чисел может быть написано на доске?

2. Сколькими способами можно выписать в ряд числа $1, 2, \dots, 10$, так, чтобы для любого $1 \leq i \leq 9$ разность между i -м числом в ряду и следующим за ним делилась на i ?

3. Множество натуральных чисел называется хорошим, если наибольшее его число равно произведению остальных чисел. Какое наибольшее количество непересекающихся хороших множеств можно выбрать из множества чисел $1, 2, \dots, 100$?

4. Перед Васей лежит 10 коробок, в которых лежат монеты. Количество монет в коробках образуют 10 последовательных натуральных чисел от 100 до 109. Вася может проделывать следующую операцию: взять из любой коробки 9 монет (если это возможно) и разложить эти монеты по одной в остальные коробки. После нескольких таких операций Вася может взять все монеты из одной любой коробки. Какое наибольшее количество монет может в итоге взять Вася?

5. На столе лежат сто гирек попарно разных масс, внешне не отличимых друг от друга. У Сережи есть весы с двумя чашами, на каждую из которых разрешается класть *ровно две* гири. а) Можно ли при помощи этих весов найти самую легкую гирьку, если известно, что массы гирек равны $1, 2, \dots, 100$; б) Всегда ли можно это сделать, если набор масс может быть произвольным?

6. В тетрадке в ряд выписаны два экземпляра числа 1, два экземпляра числа 2, $\dots$, два экземпляра числа 177. Может ли так оказаться, что между двумя единицами стоит ровно одно число, между двумя двойками стоит ровно два числа, $\dots$, между двумя числами 177 стоят ровно 177 чисел?

7. На каждой клетке клетчатой доски 8×8 стоит по фишке. Максим и Костя играют в следующую игру. За один ход можно либо снять с доски любую из оставшихся фишек, либо передвинуть любую из оставшихся фишек на соседнюю слева или снизу клетку, если она существует и свободна. Игроки ходят по очереди, начинает Максим. Выигрывает тот, кто снимает с доски последнюю фишку. Кто из игроков и как может обеспечить себе победу, независимо от игры соперника?